

システム同定による建築物の確率論的損傷評価

PROBABILISTIC DAMAGE ESTIMATION THROUGH STRUCTURAL IDENTIFICATION

斎藤 知生*

Tomoo SAITO

A framework for probabilistic estimation of structural damages, which includes identifying its existence, location, and severity, through system identification of a building utilizing the observed vibration data before and after an severe earthquake occurs is presented in this paper. The proposed method is applied to the data obtained by the response analysis of a numerical model, which shows that the method can precisely estimate the stiffness reduction ratio and the damage probability of each story. Furthermore, the reliability of the estimated values are evaluated quantitatively and are reflected in the damage probability. The effect of the combination of the sensor locations and the number of modes used on the estimation result is also investigated.

Keywords : damage detection, system identification, modal parameter, probabilistic estimation, covariance matrix, story stiffness
損傷推定, システム同定, モーダルパラメータ, 確率論的評価, 共分散行列, 層剛性

1 はじめに

近年、構造物の地震リスクマネジメントに対する関心が高まっている。建物の資産価値や安全性の確保を目的とした総合的な地震リスクマネジメントにおいては、事前のリスク評価、制震システムの採用によるリスクコントロールなどと共に、実際に地震が起きた際に建物の構造性能(健全性)が迅速に評価できることが非常に重要である。また、建物や都市インフラの老朽化に伴い、常時の健全性診断も緊急の課題となっている。

それらのために最も有効なのが、現在、国際的に活発な研究が進められている構造ヘルスマonitoringである。その研究開発の内容は大きく2つに分けられ、一方は、光ファイバや圧電素子などを用いた新しいセンサやその計測システムの開発であり、もう一方がモニタリングしたデータから建物の損傷の有無或いはその位置や程度を推定するロジックの研究である。一般にヘルスマonitoringとえば前者のイメージが強いが、後者の枠組みが確立しなければ実用化は不可能である。

ところが、損傷推定にも様々なレベルがあり、建物全体での損傷の有無を調べると、ある部材のどこに亀裂があるかを調べるのとでは、同じ損傷推定でも用いるべき手法が全く違うものとなるということが、その枠組みの確立を難しくしている一つの要因である。現実的には、建物、層、部材、部材内の位置の順に段階的に絞り込むのが適切だと考えられ、それぞれのレベルで適切な推定手法を確立する必要

がある。建物全体から部材までのレベルにおいては、主に振動情報を用いたシステム同定手法を損傷推定に適用する研究が行われてきた。

これらの研究は、剛性マトリクスや層剛性などの物理パラメータを直接推定してその変化を調べる方法と、まずモーダルパラメータを同定した上でこれらの変化から損傷の有無とその位置や程度を推定する方法との、2種類に大きく分けられる。

前者としては、拡張カルマンフィルタを用いて構造物の剛性マトリクスの変化を直接逐次的に推定する手法^{1, 2, 3)}、状態方程式の係数行列を直接推定するERA (Eigensystem Realization Algorithm)を用いた手法⁴⁾、伝達関数の極限値を用いて層剛性・履歴減衰・粘性減衰を求める手法^{5, 6)}、各層の剛性を並列処理により推定する方法^{7, 8)}などがある。一方、後者には、固有振動数の変化を用いる手法⁹⁾、MAC (Modal Assurance Criterion)を指標とする手法^{10, 11)}、モード形状の曲率を指標とする手法¹²⁾、固有振動数とモード形状から逆振動方程式により剛性マトリクスを推定する手法¹²⁾などがある。後者の利点としては、利用する指標やモードの種類などを変えることによって、建物全体の損傷の有無から層・部材レベルの損傷位置・程度まで、順次絞り込んでいくアプローチ¹³⁾を採りやすいことがあると考えられる。

しかし、いずれの方法を採るにしても、損傷の有無とその程度を、推定した剛性などの指標からどう判断するかということは残された大きな問題である。そこには、指標と損傷との対応、及び、指標の推

* 清水建設㈱和泉研究室 博士(工学)

Izumi Research Institute, Shimizu Corporation, Dr. Eng.

定誤差という2つの問題が内在している。これらは本来分離して定量的に評価されるべきものであり、そのためには損傷を確率論的に評価する必要がある。

そこで本論文では、振動情報を用いた層レベルまでの損傷推定を確率論的に行う枠組みの確立を目的とする。具体的には、システム同定手法により推定した建物のモーダルパラメタ (特に固有振動数・刺激関数) から層剛性を推定、その低減率により損傷を評価するものであるが、その際、各推定での誤差共分散行列を用いた層剛性の推定誤差の評価を行い、損傷を確率で表現する。また、この方法に基づき、数値シミュレーションによる入出力データを用いた損傷推定解析を行い、センサの配置や推定に用いるモード次数の違いが結果に与える影響についても調べ、実建物における実現可能性について検討する。

2 損傷推定の方法

対象建物は n 層の剪断型質点系でモデル化されるとする。

損傷推定の手順としては、まず、地動加速度を入力、各層の応答絶対加速度を出力とした入出力データから時間領域のシステム同定手法によりモーダルパラメタを推定、そのうち特に固有振動数及び刺激関数を用いて層剛性の推定を行い、地震前後での層剛性の低減率で損傷を判断するという方法をとる。この際、各推定における推定値の誤差共分散行列を評価することにより、層剛性低減率の確率分布を評価し、別途工学的知見により与えられる損傷のフラジリティ関数と組合わせて、最終的に損傷が起こった確率を算定する。

2.1 MIMO-ARX-MA によるモーダルパラメタの推定

モーダルパラメタの推定は、多項式モデルを用いた時間領域のシステム同定手法を用いる。多層での観測結果を同時に用いるため、多出力のデータからモーダルパラメタの推定が可能な多項式モデルである「モード解析型多入力多出力 ARX モデル」(MIMO-ARX-MA)¹⁴⁾を適用する。MIMO-ARX-MA は、一般の多入力多出力 ARX モデルに、出力に作用する自己帰帰項を共通に採るという制約条件を課して得られるモデルである。但し、今回のケースでは入力が地動加速度のみの1入力 n 出力であるので、以下のように定式化される。

$$A(z)y(t) = B(z)u(t) + e(t) \quad (1)$$

ここで、 u は入力 (地動加速度)、 y は n 次の出力列ベクトル (各層の応答絶対加速度)

$$y(t) = [y_1(t) \cdots y_n(t)]^T \quad (2)$$

e は互いに独立で分散の等しい白色雑音 e_j ($j = 1, \dots, n$) を要素とする n 次の雑音列ベクトル

$$e(t) = [e_1(t) \cdots e_n(t)]^T \quad (3)$$

A は時間遅れ演算子 z^{-1} の多項式

$$A(z) = 1 + \sum_{j=1}^{n_a} a_j z^{-j} \quad (4)$$

B は z^{-1} の多項式 $B_m(z)$ ($m = 1, \dots, n$) を要素とする $[n \times 1]$ 行列

$$B(z) = [B_1 \cdots B_n(z)]^T \quad (5)$$

$$B_m(z) = \sum_{j=1}^{m n_b} m b_j z^{-j+1-m n_b} \quad (6)$$

$m n_b$ は出力 m に対する遅れ時間である。

ここで、以下のようにパラメタベクトル θ 、出力ベクトル Y 、帰帰行列 Ψ 、及び、推定誤差ベクトル E を定義することにより、線形の帰帰式として MIMO-ARX-MA を表現することができる。

$$Y = \Psi \theta + E \quad (7)$$

但し、

$$Y = [y(1)^T \cdots y(N)^T]^T \\ = [y_1(1) \cdots y_n(1) \cdots y_1(N) \cdots y_n(N)]^T \quad (8)$$

$$\Psi = [\psi(1)^T \cdots \psi(N)^T]^T \quad (9)$$

$$\psi(t) = \begin{bmatrix} -y(t-1) \cdots -y(t-n_a) & U_1(t) & 0 \\ & & \ddots \\ & 0 & U_n(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$U_m(t) = [u(t-m n_b) \cdots u(t-m n_b + 1 - m n_b)] \quad (11)$$

$$\theta = [a_1 \cdots a_{n_a} \quad 1 b_1 \cdots 1 b_{1 n_b} \cdots n b_1 \cdots n b_{1 n_b}]^T \quad (12)$$

$$E = [\varepsilon(1, \theta)^T \cdots \varepsilon(N, \theta)^T]^T \\ = [\varepsilon_1(1, \theta) \cdots \varepsilon_n(1, \theta) \cdots \varepsilon_1(N, \theta) \cdots \varepsilon_n(N, \theta)]^T \quad (13)$$

$$\varepsilon_j(t, \theta) = y_j(t) - \hat{y}_j(t, \theta) \quad (14)$$

このように線型帰帰モデルの形に書き直すことによって、予測誤差ベクトル E を最小にするモデル係数 θ の最小2乗推定値を次式から求めることができる。

$$\hat{\theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T Y \quad (15)$$

また、推定されたモデル係数の誤差共分散行列は次式により評価される¹⁵⁾。

$$C_{\hat{\theta}} = \sigma_0^2 (\Psi^T \Psi)^{-1} \quad (16)$$

$$\sigma_0^2 = \frac{\varepsilon^T \varepsilon}{n_Y - n_{\theta}} = \frac{\varepsilon^T \varepsilon}{nN - (n_a + \sum_{j=1}^n j n_b)} \quad (17)$$

入力が地動加速度、出力が各層の応答絶対加速度である場合、対象建物のモーダルパラメタは推定されたモデル係数 $\hat{\theta}$ から以下のように導出される¹⁴⁾。

$$\hat{f}_j = \frac{|\log p_j|}{2\pi \Delta t} = \frac{\sqrt{(\log |p_j|)^2 + (\arg p_j)^2}}{2\pi \Delta t} \quad (18)$$

$$\hat{h}_j = \frac{-\log |p_j|}{2\pi \hat{f}_j \Delta t} \quad (19)$$

$$m \hat{\beta} u_j = \Re \left[\frac{2 m r_j \sqrt{1 - \hat{h}_j^2}}{2\pi \hat{f}_j \Delta t (\hat{h}_j - i \text{sign}[\Im[p_j]] (1 - 2\hat{h}_j^2))} \right] \quad (20)$$

但し、 $\hat{f}_j \cdot \hat{h}_j \cdot m \hat{\beta} u_j$ はそれぞれ j 次の固有振動数・減衰定数・出力 m の刺激関数の推定値、 p_j は、共通の自己帰帰項である多項式 $A(z)$ の係数から求まる $A(z) = 0$ の根 (伝達関数の極)、 $m r_j$ は入力から出力 m への伝達関数 $H_m(z)$ を部分分数展開したときの、 j 次の極 p_j に対応する留数である。これらモーダルパラメタの推定値のうち、剛性の推定に用いる p 次までの固有振動数と刺激関数とを並べた列ベクトル $\hat{\phi}$ を次式で定義すると、

$$\hat{\phi} = [\hat{f}^T \hat{\beta} u^T]^T \quad (21)$$

$$\hat{f} = [\hat{f}_1 \cdots \hat{f}_p]^T \quad (22)$$

$$\hat{\beta} u = [1 \hat{\beta} u_1 \cdots 1 \hat{\beta} u_p \cdots n \hat{\beta} u_1 \cdots n \hat{\beta} u_p]^T \quad (23)$$

その誤差共分散行列 $C_{\hat{\phi}}$ は、モデル係数から極・留数へのヤコビアン行列、及び、極・留数からモーダルパラメタへのヤコビアン行列を誤差伝播則により連鎖的にモデル係数の共分散行列に掛け合わせることに、以下のように評価できる¹⁵⁾。

$$C_{\hat{\phi}} = R C_{\hat{\theta}} R^T \quad (24)$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{f}}{\partial \hat{p}} & 0 \\ \frac{\partial \hat{\beta} u}{\partial \hat{p}} & \frac{\partial \hat{\beta} u}{\partial \hat{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \hat{r}}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad (25)$$

但し、 \hat{p} 及び \hat{r} はそれぞれ伝達関数の極及び留数の実部・虚部を並べた列ベクトル。

2.2 モーダルパラメタから層剛性の推定

剪断型モデルの質量分布

$$m = [m_1 \cdots m_n]^T \quad (26)$$

及び剛性分布

$$k = [k_1 \cdots k_n]^T \quad (27)$$

が与えられると、一般固有値問題

$$Ku = \omega^2 Mu \quad (28)$$

を解くことにより固有値 ω_j^2 と固有ベクトル u_j ($j = 1, \dots, n$) が得られ、これらから、 j 次の固有振動数 f_j 及び刺激関数 $\beta u_j = [1\beta u_j \dots n\beta u_j]^T$ が以下のように求められる。

$$f_j = \frac{\omega_j}{2\pi} \quad (29)$$

$$\beta u_j = \frac{u_j^T M 1}{u_j^T M u_j} u_j \quad (30)$$

但し、

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & m_n & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & & & \\ -k_2 & \ddots & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & k_{n-1} + k_n & -k_n & \\ & & & -k_n & k_n & \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$1 = [1 \dots 1]^T \quad (33)$$

今、質量分布 m を既知としたとき、剛性分布 k の関数としてモーダルパラメタベクトル ϕ を記述できる。

$$\phi = [f^T \beta u^T]^T = g(k) \quad (34)$$

すると、前節で評価されたモーダルパラメタ $\hat{\phi}$ と g との重み付き 2 乗誤差

$$L = (\hat{\phi} - g(k))^T W (\hat{\phi} - g(k)) \quad (35)$$

を最小にする剛性分布の推定値 \hat{k} を非線形重み付き最小 2 乗法で求めることができる。この際、重み行列 W を

$$W = C_{\hat{\phi}}^{-1} \quad (36)$$

とすることにより、誤差分布が正規分布であるとの仮定の下で、推定値は最尤推定値となる。この時、剛性分布の誤差共分散行列は次式で評価される。

$$C_{\hat{k}} = \left(\left(\frac{\partial g}{\partial k} \Big|_{k=\hat{k}} \right)^T C_{\hat{\phi}}^{-1} \frac{\partial g}{\partial k} \Big|_{k=\hat{k}} \right)^{-1} \quad (37)$$

2.3 層剛性低減率の確率分布の評価と損傷確率の算定

地震前後での j 層の剛性低減率 ν_j を次式で定義する。

$$\nu_j = \frac{b k_j - a \hat{k}_j}{b \hat{k}_j} \quad (38)$$

添字 b 及び a はそれぞれ地震前、地震後をあらわす。 ν_j の期待値は、

$$E[\nu_j] = \mu_{\nu_j} = \frac{b \hat{k}_j - a \hat{k}_j}{b \hat{k}_j} \quad (39)$$

分散は 1 次近似的に

$$\text{Var}[\nu_j] = \sigma_{\nu_j}^2 = \frac{(1 - E[\nu_j])^2 \text{Var}[b k_j] + \text{Var}[a k_j]}{b^2 \hat{k}_j^2} \quad (40)$$

となる。 $\text{Var}[b k_j]$ 及び $\text{Var}[a k_j]$ は、式 (37) で評価される $C_{\hat{k}}$ の対角成分である。 ν_j の確率分布を以下のように正規分布と仮定する。

$$F_{\nu_j}(\nu) = \Phi \left(\frac{\nu - \mu_{\nu_j}}{\sigma_{\nu_j}} \right) \quad (41)$$

一方、剛性低減率に対して (あるレベルの) 損傷が生ずる確率を表すフラジリティ関数を次式で定義する。

$$P_f(\nu) = F_{\nu_D}(\nu) = \Phi \left(\frac{\nu - \mu_{\nu_D}}{\sigma_{\nu_D}} \right) \quad (42)$$

ここで ν_D は損傷が生じる剛性低減率 (平均 μ_{ν_D} 、標準偏差 σ_{ν_D} の正規分布確率変数) を表し、上記フラジリティ関数は同時に ν_D の累積分布関数でもある。このフラジリティ関数は、構造実験結果やシミュレーション解析などの工学的知見により別途与えられるものである。

すると、 j 層に (あるレベルの) 損傷が生じている確率 P_{D_j} は結局次式で評価できる。

$$P_{D_j} = \text{Prob}[\nu_j > \nu_D] = \Phi \left(\frac{\mu_{\nu_j} - \mu_{\nu_D}}{\sqrt{\sigma_{\nu_j}^2 + \sigma_{\nu_D}^2}} \right) \quad (43)$$

3 数値解析モデルに対する損傷評価

3.1 解析モデル

解析モデルには、図 1-(a) のような 6 層の剪断質点系モデルを用いた ($n=6$)。各層の質量は一定とし、地震前の各層の剛性はその比率が階数の 1 次関数で表される、表 1 或いは図 1-(b) に示すような分布とし、地震前の建物 1 次固有振動数を 2.0 Hz となるように基準化剛性 (k_j/m_j) を定めた。次に、地震により建物が損傷を受けたことを想定して、各層の剛性を表 1 或いは図 1-(c) に示す割合だけ低減させ、地震後のモデルとした。地震後の基準化剛性は表 1 のとおりである。減衰については、地震前が 1 次減衰定数 0.02・2 次減衰定数 0.025、地震後が 1 次減衰定数 0.025・2 次減衰定数 0.03 のそれぞれレーリー減衰とした。これは実測記録から得られる建物の減衰定数をレーリー型でよく表現できるため、モード毎の減衰定数を直接仮定しても損傷推定解析の過程及び結果に影響はない。

3.2 入出力データ

地震前後の常時微動観測により得られるデータを用いて同定を行うことを想定し、分散 1、時刻間 0.01 秒、継続時間 10 秒 (データ個数 1000) の正規白色雑音を地動加速度として地震前後の建物モデルに入力して応答解析を行い、各層の応答絶対加速度を求めた。そして、実際の観測データに必ず含まれる観測ノイズ、及び、同定時のモデル化誤差を表現するため、これら地動加速度・応答絶対加速度に、標準偏差で入力の 10% のレベルの互いに独立な白色雑音をそれぞれ付加し、推定に用いる入出力データとして供した。

3.3 フラジリティ関数

今回の解析では、低減率が 2 割を目安として損傷とみなすという基準を設定し、2.3 節におけるフラジリティ関数の平均値を $\mu_{\nu_D} = 0.2$ 、標準偏差を $\sigma_{\nu_D} = 0.05$ とした。これを各層の剛性低減率 (真値) に対応する損傷確率と併せて図 2 に示す。

3.4 解析ケース

実際のモニタリング・微動測定では、全層にセンサを配置できない場合もある。また、システム同定においては低次モードしか推定できない場合が多い。そこで、損傷評価において利用できる出力・モードを制限した場合についても検討する。各解析ケースにおけるセンサの設置層及び使用モード数の組合せは表 2 のとおりである。

表 1 モデル諸元

層	1	2	3	4	5	6
質量比	1	1	1	1	1	1
剛性比 (地震前)	2.0	1.8	1.6	1.4	1.2	1.0
低減率	0.03	0.06	0.10	0.25	0.07	0.05
基準化剛性 地震前	3.28	2.95	2.62	2.30	1.97	1.64
(10^3s^{-2}) 地震後	3.18	2.77	2.36	1.72	1.83	1.56

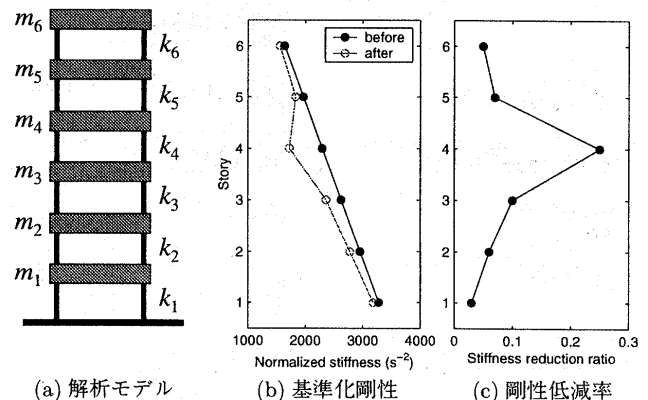


図 1 建物モデルと剛性分布

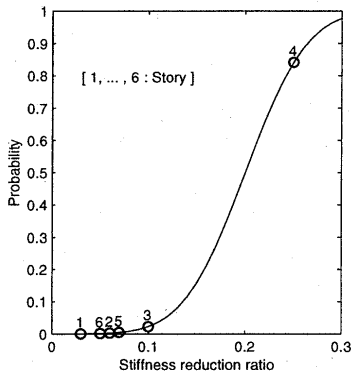


図2 フラジリティ関数

表2 解析ケース

No.	センサ設置層	使用モード
1	1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6
2		1 2 3 4 5
3		1 2 3 4
4		1 2 3
5		1 2
6		1
7	2 4 6	1 2 3 4 5 6
8		1 2 3 4 5
9		1 2 3 4
10		1 2 3
11		1 2
12	3 6	1 2 3 4 5 6
13		1 2 3 4 5
14		1 2 3 4
15		1 2 3

3.5 モード形状の曲率による推定

詳細な損傷評価に入る前に、センサを各層に設置した場合(1入力6出力)について、MIMO-ARX-MAによるモーダルパラメータの推定結果から、刺激関数の値を階数に関して2階差分してモード形状の曲率を求め、地震の前後でその変化量を計算して、損傷状態との対応を調べた。比較のため、設定値(真値)でも同様の計算を行った。結果を図3に示す。図1-(c)と比較すると、(a)真値の場合には、5・6次の高次モードでは損傷との間に関連が見られないものの、1~4次の低次モードでは曲率変化の大きさと損傷の程度との間に明らかに相関が見られる。しかし、(b)推定値の場合には、いずれの次数で見た場合にも曲率変化の大きさと損傷の程度との間には相関がない。このことから、モード形状(刺激関数)そのものがかなり良い精度で同定されている場合でも、ノイズを含んでいる現実の観測データに対して、推定されたモード形状の曲率変化を損傷位置の指標とするのは難しいことが示唆される。

3.6 損傷評価結果とその検討

第2節の手法に基づき、表2の各ケースについて損傷評価を行った結果を図4に示す。(a)は地震前後の層剛性の推定値とそのばらつきを真値と比較したものである。 j 層の剛性の標準偏差 σ_{k_j} は、式(37)で評価される共分散行列の対角項から求められる

$$\sigma_{k_j}^2 = [C_k]_{jj} \quad (44)$$

(b)は層剛性の推定値間の相関係数を表す。 i 層と j 層との相関係数 $\rho_{k_i k_j}$ は、やはり共分散行列から次式により評価される。

$$\rho_{k_i k_j} = \frac{[C_k]_{ij}}{\sigma_{k_i} \sigma_{k_j}} \quad (45)$$

(c)には式(39)・式(40)で評価される層剛性低減率の推定値とばらつきを真値と比較して示した。(d)は式(43)で評価される各層の損傷確率を、図2に示される設定値と比較して示したものである。

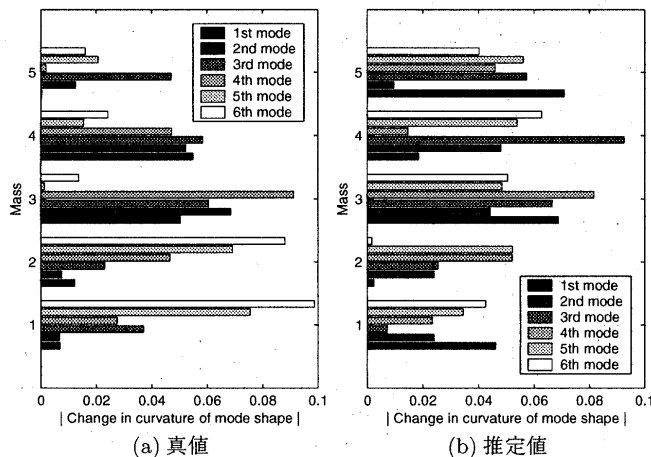


図3 モード形状の曲率の変化量

まず、センサを全層に設置したケース1)~6)について見ると、使用モードを4次以上までにとったケース1)~3)に関しては、いずれも層剛性(a)、低減率(c)ともに偏差及びばらつきの少ない精度よい推定がされており、損傷確率の評価値(d)も殆ど真値と一致している。また、層剛性間の相関係数も、特に絶対値の高い組合せはあまりない。3次までのケース4)についても、特に地震前の層剛性の推定値に多少誤差が現れ(a)、結果として第4層の損傷確率を多少過小評価しているものの(d)、剛性低減率の評価(c)自体の精度は悪くはない。これが2次までのケース5)になると、層剛性の推定値(a)・低減率の推定値(c)ともにばらつきが大きくなり、第4層の損傷確率も更に過小評価されている(d)。また、隣接する層同士の剛性推定値に比較的強い負の相関が見られる(b)。更に、1次のみを使ったケース6)では、層剛性の推定値は偏差・ばらつきともに大きく(a)、低減率の推定精度も悪い(c)。損傷確率の評価値も実際とはかけ離れたものとなっている(d)。5)でも見られた隣接層間の負の相関は更に強く顕著になっている(b)。

次に、センサを2層毎に配置したケース7)~11)について見ると、使用モードを4次以上までにとったケース7)~9)に関しては、いずれも層剛性(a)、低減率(c)ともに偏差及びばらつきの少ない精度よい推定がされており、損傷確率の評価値(d)も殆ど真値と一致している。また、層剛性間の相関係数も、特に絶対値の高い組合せはあまりない。しかし、3次までのケース10)になると、層剛性の推定値の誤差が特に低層で大きくなり(a)、低減率の推定精度も悪く(c)、損傷確率の評価値も実際と大きく食い違っている(d)。また、隣接する層同士だけでなく、奇数層離れた層とは負の、偶数層離れた層とは正のそれぞれ強い相関が現れてきている(b)。2次までのケース11)では、層剛性の推定値のばらつきは非常に大きく(a)、相関も非常に強い(b)。低減率も真値はばらつきの標準偏差以内には入っているものの、信頼性のない評価結果になっている(c)。損傷確率も実際を全く表していない(d)。

最後に、センサを3層毎に配置したケース12)~15)について見ると、使用モードを5次以上までにとったケース12)・13)に関しては、いずれも精度よい推定がされている。4次までのケース14)についても、第2層の剛性の推定値のばらつきが多少大きくなっているものの(a)、剛性低減率(c)・損傷確率(d)ともかなりよい評価をしている。しかし、3次までのケース15)では、層剛性の推定値のばらつきが大きくなり(a)、結果的に低減率のばらつきも大きい(c)。但し、損傷確率の大小関係は真値と一致している(d)。層剛性間の相関係数は絶対値の大きい組合せが多くなっている(b)。

これらの結果からもわかるとおり、本手法は推定値のばらつきの大きさによって推定の良し悪しを判断できるという利点を持っている。ところで、適切な損傷推定ができるか否かは、同定する未知パラメータ(この場合層剛性 k_j)の数 $n(=6)$ に対する推定に用いたモーダルパラメータの数 n_d の大きさと、モーダルパラメータのばらつき(推定誤差の分散)の大小とに依存すると考えられる。後者はセンサの設置層を増やせば若干少なくなるが、それよりも入出力データのノイズレベルによるところが大きい。そこで、前者の関係について、今回の解析結果を用いて定量的な評価を行うこととする。損傷推定の良否を表現する指標として、次式で表される層剛性低減率の真値まわりの2次モーメントの平均の平方根をとる。この値が小さいほど良い推定といえる。

$$D = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} f_{\nu_j}(\nu) (\nu - \bar{\nu}_j)^2 d\nu} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n ((\mu_{\nu_j} - \bar{\nu}_j)^2 + \sigma_{\nu_j}^2)} \quad (46)$$

ここで、 $\bar{\nu}_j$ は j 層の低減率の真値、 $f_{\nu_j}(\nu)$ は j 層の低減率 ν_j の確率密度関数。また、出力のセンサ設置層数 n_s 、使用モード数 n_m の場

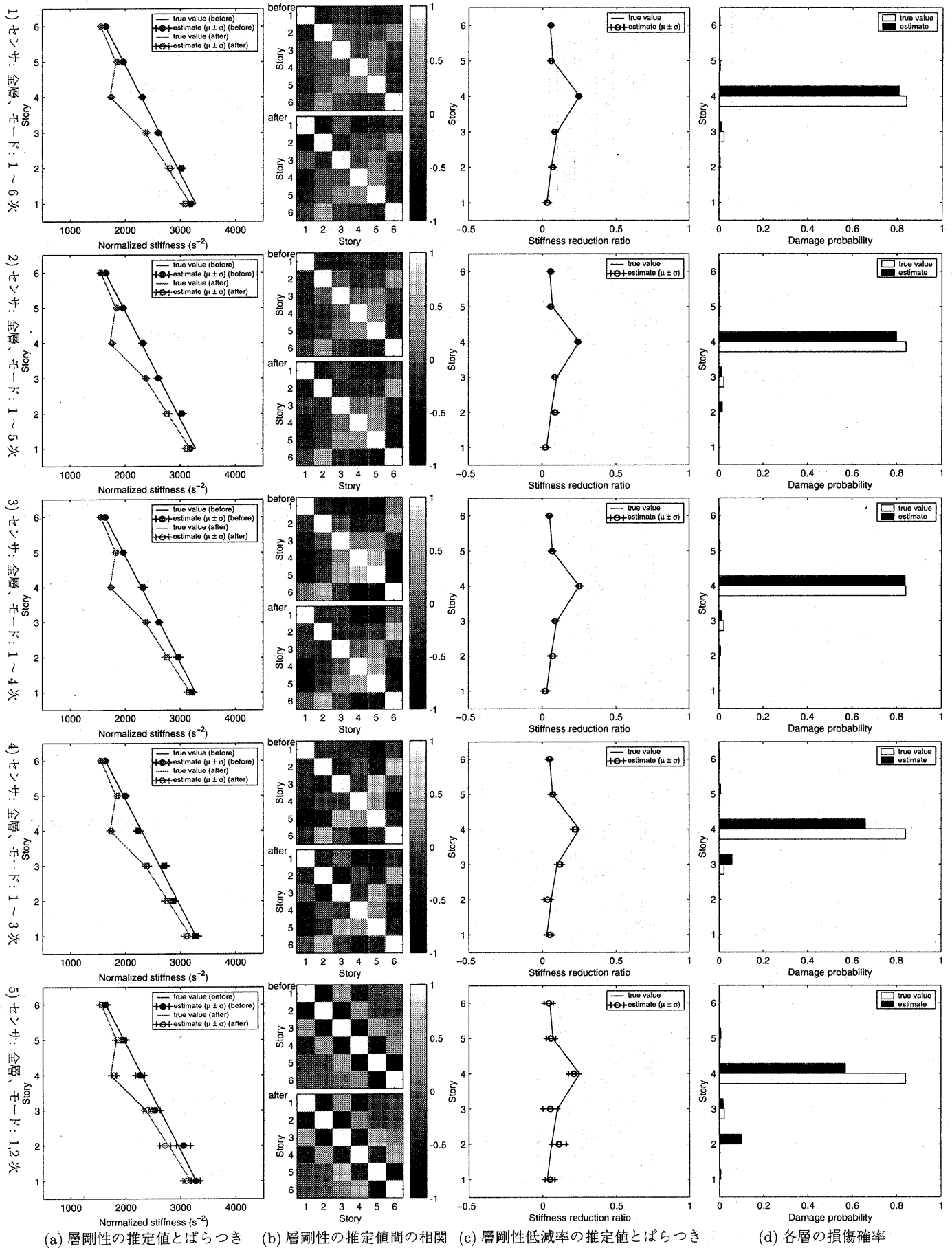
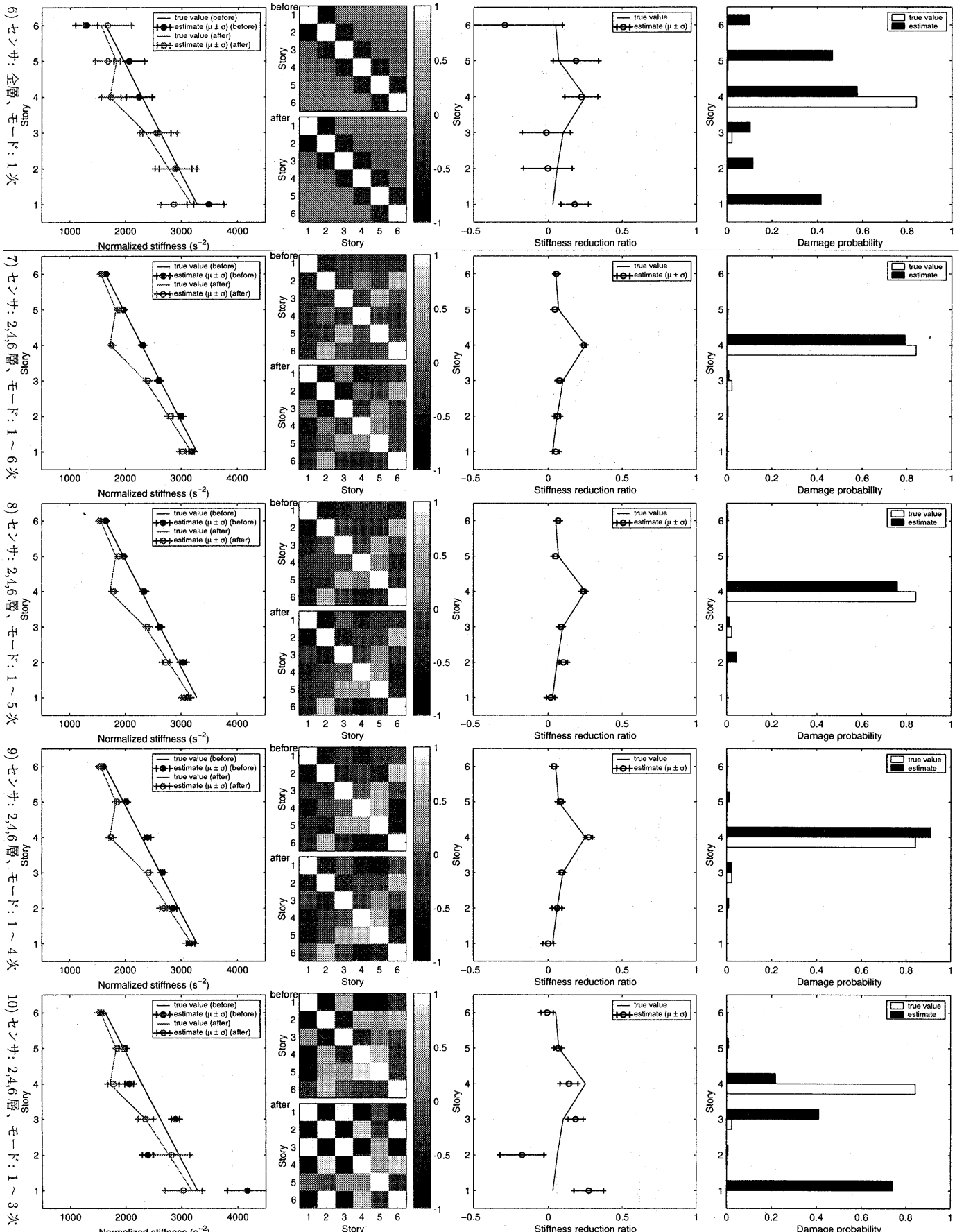


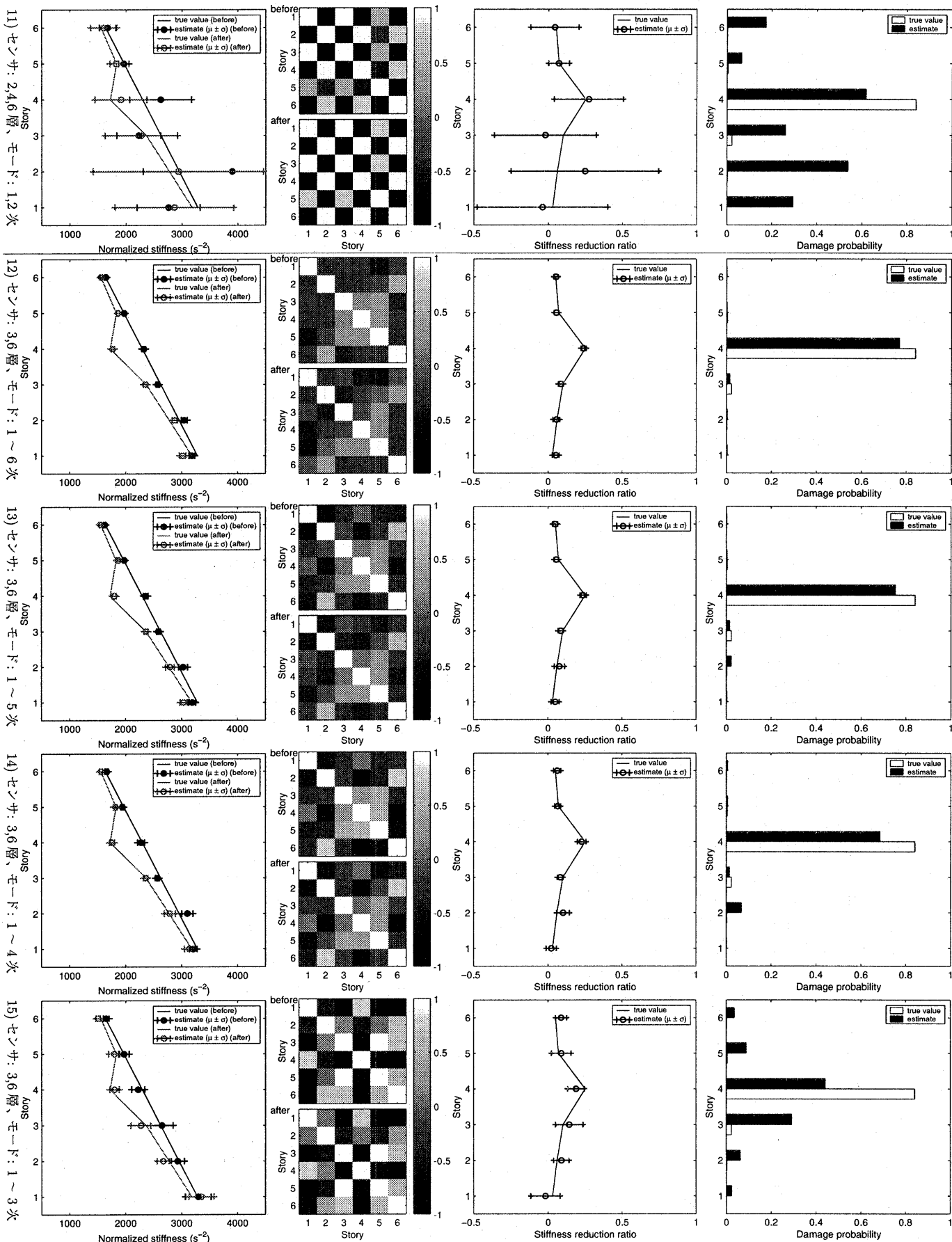
図4 損傷評価結果



(a) 層剛性の推定値とばらつき (b) 層剛性の推定値間の相関 (c) 層剛性低減率の推定値とばらつき

(d) 各層の損傷確率

図4 損傷評価結果(続き)



(a) 層剛性の推定値とばらつき (b) 層剛性の推定値間の相関 (c) 層剛性低減率の推定値とばらつき (d) 各層の損傷確率
 図4 損傷評価結果(続き)

合、推定に用いるモーダルパラメタの数は $n_d = (n_s + 1)n_m$ となる。未知パラメタ数で標準化したモーダルパラメタ数に対する指標 D の関係を示したものが図5である。図には解析ケース番号との対応を併せて示した。これを見ると、推定の良否は明らかに用いたモーダルパラメタ数に依存し、その数が未知パラメタ数の2倍を切ると、急激に推定がうまくいかなることがわかる。図4の結果と見比べると、推定の良否の境界は感覚的に $D=0.06$ 程度であろう。尚、ケース10)と14)とは n_d/n が共に2であるが、推定精度は10)の方が悪い。これは、刺激関数に比べ推定誤差が非常に小さい固有振動数を14)の方が相対的に多く用いていることに起因すると解釈できる。

図5に示した結果は、入出力データのノイズレベルや対象建物の階数によって変わることが予想されるため、実建物の場合にそのまま当てはまるものではないが、実際の構造モニタリング計画においてセンサの配置などを決定するに際しては、建物のモードが何次まで同定できるかに応じて、前述の標準化パラメタ数 n_d/n を判断の指標にすることができると考えられる。

4 まとめ

本論文では、建物の振動情報を用いた層レベルまでの損傷推定を確率論的に行う枠組みを提示した。損傷を引き起こすイベント(ここでは地震とした)の前後で建物の常時微動観測がなされることを想定し、MIMO-ARX-MAを用いたシステム同定手法により地震前後の建物のモーダルパラメタを推定、剪断型質点系モデルに基づいた層剛性から固有振動数及び刺激関数への写像を推定されたモーダルパラメタに非線形最小2乗法により適合して層剛性を推定、その低減率により損傷を評価する。この際、モーダルパラメタ・層剛性の各推定で推定値の誤差共分散行列を算定することにより、層剛性の推定誤差の評価を行い、層剛性低減率の確率分布を求める。一方、別途工学的知見により与えられる、層剛性低減率と損傷との確率的対応関係を表す脆弱性関数を導入し、最終的に各層が損傷した確率を算定するというものである。

本手法に基づき、数値解析モデル(6層の剪断型質点系)に対する損傷推定解析を行った。地震前後の常時微動観測を模擬する、ノイズを混入した入出力データを用意し、モーダルパラメタ、層剛性、剛性低減率、損傷確率を評価した。この際、センサの配置と推定に用いるモード次数の組合せを様々に変えて、損傷推定結果に与える影響についても調べた。その結果、推定誤差の小さい適切な損傷推定ができるかどうかは、推定に用いたモーダルパラメタの個数に依存し、今回の解析では、未知パラメタである層剛性の個数の2倍を切ると推定がうまく行われなかった結果となった。逆に、それより多くのモーダルパラメタを使用できる場合には、非常に精度良い損傷推定が可能であることが明らかになった。特に、センサの設置層が3層毎であっても、

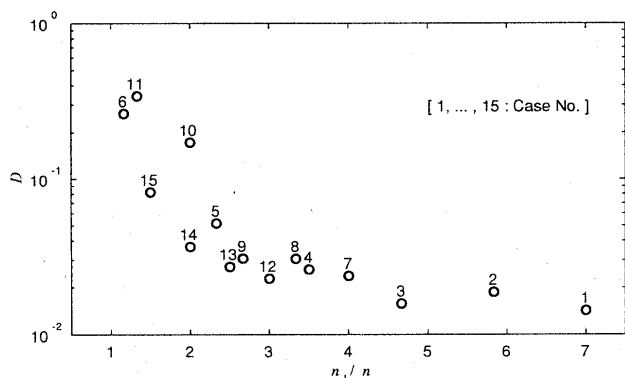


図5 損傷推定の良否と推定に用いたモーダルパラメタ数との関係

比較的高次モードまでモーダルパラメタの推定ができれば各層毎の損傷推定が十分可能であるという結果は、実建物のヘルスマニタリングにおけるセンサ配置を考える上で重要な知見であると考えられる。

また、この手法では、剛性低減率という指標と損傷との対応関係のあいまいさと、指標そのものの推定誤差による不確定性とを、明確に分離して確率論的に定量的評価をし、最終的に各層の損傷確率の値に統合するものであるため、損傷を判断する基準として根拠が明解である上に、より適切な損傷推定を行うためにはプロセスのどの部分を変更すればよいか容易にわかる。例えば、層剛性或いは剛性低減率のばらつきがかなり大きい場合には、用いたモーダルパラメタの数が不足しているために損傷推定がうまくいっていないと判断でき、もう1つ高次のモードの同定を試みたりセンサ配置をより密にするなどの対策をとることができる。また、損傷のレベルを複数設定してそれぞれに対して脆弱性関数を与えれば、軽度・中度・重度それぞれの損傷が起こった確率を算定することが可能である。それらの脆弱性関数は本手法の枠組みとは別に様々な工学的知見から改良・更新を行えるので、よりきめの細かい損傷評価への対応も容易である。

今後は、本手法を高層建物モデルや実測データにも適用し、その有効性を更に検証していきたいと考える。

参考文献

- 1) H. G. Natke and T. P. Yao: Research topics in structural identification. *Proc. 3rd Conf. on Dynamic Response of Structures*, ASCE, pp. 542-550, 1986.
- 2) M. S. Agbalian, S. F. Masri, R. K. Miller, et al: System identification approach to detection of structural damage. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 117, pp. 370-390, 1991.
- 3) C. Loh and I. Tou: A System Identification Approach to the Detection of Changes in Both Linear and Non-linear Structural Parameters. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, pp. 85-97, 1995.
- 4) K. C. Park and C. A. Felippa: A Variational Framework for Solution Method Developments in Structural Mechanics. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 65, No. 1, pp. 242-249, 1998.
- 5) 中村充, 竹脇出, 安井謙, 他: 限定された地震観測記録を用いた建築物の剛性と減衰の同時同定. 日本建築学会構造系論文集, No. 528, pp. 75-82, 2000.2.
- 6) 中村充, 森田高市, 竹脇出: 高知能建築構造システムの開発に関する日米共同構造実験研究(その22) 損傷検出試験体への層剛性同定損傷検出手法の適用. 日本建築学会大会学術講演梗概集 構造(2), pp. 225-226, 2001.
- 7) 三田彰: 並列処理に向くヘルスマニタリングシステム. 日本建築学会大会学術講演梗概集 構造(2), pp. 799-800, 1997.
- 8) 吉元怜毅, 三田彰, 森田高市: 高知能建築構造システムに関する日米共同構造実験研究(その21) 振動モードとセンサ特性を考慮した損傷同定. 日本建築学会大会学術講演梗概集 構造(2), pp. 223-224, 2001.
- 9) G. Hearn and R. B. Testa: Modal Analysis for Damage Detection in Structures. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 117, No. 10, pp. 3042-3063, 1991.
- 10) H. M. Kim and T. J. Bartkovicz: Damage Detection and Health Monitoring of Large Space Structures. *Sound and Vibration*, Vol. 27, No. 6, pp. 12-17, 1993.
- 11) J. L. Beck, M. W. Vanik, D. C. Poldori, et al: Structural Health Monitoring Using Ambient Vibrations. *Proc. Structural Engineers World Congress*, T118-3, 1998.
- 12) 近藤一平, 濱本卓司: 振動台実験のランダム応答データを用いた多層建築物の損傷検出. 日本建築学会構造系論文集, No. 473, pp. 67-74, 1995.7.
- 13) 濱本卓司, 近藤一平: 鉛直・水平方向探索を用いた偏心を有する多層建築物の二段階損傷検出. 日本建築学会構造系論文集, No. 519, pp. 21-28, 1999.5.
- 14) 斎藤知生: モード解析型多入力多出力 ARX モデルを用いた高層建物のシステム同定. 日本建築学会構造系論文集, No. 508, pp. 47-54, 1998.6.
- 15) 斎藤知生, 神田順: 構造物のシステム同定における推定値の確率論的誤差評価. 日本建築学会構造系論文集, No. 534, pp. 41-48, 2000.8.

(2002年2月8日原稿受理, 2002年4月1日採用決定)