

# 限界状態設計法における荷重・耐力係数の実用的算定法

## PRACTICAL METHOD FOR LOAD AND RESISTANCE FACTORS FOR USE IN LIMIT STATE DESIGN

森 保宏\*  
Yasuhiro MORI

In reliability-based limit state design, the performance level of a structure can be controlled by differentiating load and resistance factors. In order to take fully the advantage, Draft Recommendation of Limit State Design by AIJ proposes a practical method for evaluating the factors. This paper investigates its accuracy and applicability using numerical examples. It was found that a large error could be observed, depending on the statistical characteristics of load intensities, due to mainly improper approximation of non-lognormal random variable to lognormal. An improved method for the approximation is proposed taking the target reliability level into account.

*Keywords: limit state design, load factors, resistance factors, sensitivity factors, reliability index, practical method*

限界状態設計, 荷重係数, 耐力係数, 分離係数, 信頼性指標, 略算法

### 1 はじめに

信頼性理論に基づく設計法は、荷重や耐力の不確定性を考慮しながら、構造物の性能を限界状態超過確率を用いて合理的に取り扱う極めて自由度の高い設計法である。限界状態超過確率の算定には確率・統計の知識が要求されるが、確率・統計論に基づいて設定された荷重・耐力係数を用いれば、煩雑な確率計算をすることなく、従来の決定論的手法と同様な構造設計が可能である。このような設計法は、欧米諸国ではすでに実用化されており<sup>1)2)</sup>など、また、わが国でも1990年に日本建築学会より「鋼構造限界状態設計規準(案)」<sup>3)</sup>が刊行され、実用化への整備が進められている。しかし、これらの基・規準では、荷重の各組み合わせ状態に対して、荷重・耐力係数は基本的に一組のみ与えており、設計者自ら荷重や耐力の確率特性や目標性能水準に応じて荷重・耐力係数を調整することは困難で、構造性能水準を制御できるといふ信頼性理論に基づく設計法の長所が活かされていない。

このような背景の下、日本建築学会限界状態設計法小委員会では、建築物の限界状態設計指針(案)<sup>4)</sup>を示し、その中で、荷重・耐力係数の設定方法として3つのフローを用意している。フロー1(簡易法)では、標準的な荷重の統計量を想定し、目標信頼性水準と耐力の変動係数に応じた荷重・耐力係数が与えられており、設計者は、建物用途、構造種別、荷重組み合わせ状態などに応じて目標信頼性水準を多少選択することができる。しかし、荷重や耐力の統計的性質についてフロー1の条件と異なる場合や独自のデータを用いる場合、モデル不確定性

を取り入れる場合、目標信頼性水準を細かに設定する場合などには、設計者は適切な荷重・耐力係数を決定する必要がある。標準正規変換・AFOSM<sup>5)</sup>などの詳細な信頼性解析を行なって荷重・耐力係数を算定する方法(フロー3・詳細法)もあるが、指針案では、実用性を考慮して、確率計算が不要で比較的簡易な略算式を用いて荷重・耐力係数を算定するフロー2(略算法)を用意している。略算法では、時間変動する荷重の基準期間における最大値の評価にTurkstra則<sup>6)</sup>を用い、基本変数がすべて対数正規分布に従う場合には、荷重・耐力係数は解析的に表現できることを利用しているが、分離係数の評価や非対数正規変数については近似的な取り扱いを行なっている。

本稿は、この略算法によって算定された荷重・耐力係数を設計に用いた場合に達成される信頼性水準について、目標信頼性水準との比較・検討を行い、その適用範囲を明らかにすると共に、実用性・汎用性を損なわず、より精度の高い略算法を提案するものである。

### 2 荷重・耐力係数の略算法

#### 2.1 荷重・耐力係数

構造物には、一般に時間変動を伴う複数の荷重が作用しており、構造部材の耐力を $R$ 、 $R$ と同じ次元を有する荷重効果(以下単に荷重という)を $S_i$  ( $i=1, \dots, n$ )とすると、荷重・耐力係数を用いた設計条件式は次式で表わされる。

$$\phi \cdot R_n = \sum_i \gamma_i \cdot S_n i \quad (1)$$

本研究の一部は、文献14, 15)において発表済みである。  
\* 名古屋大学大学院環境学研究所 助教授・Ph. D.

Assoc. Prof., School of Environmental Studies, Nagoya Univ., Ph. D.

ここに、 $\phi$ 、 $\gamma_i$ はそれぞれ耐力係数、荷重係数で、 $X_n$ は耐力の公称値あるいは各荷重の基本値である。

時間変動を伴う荷重の組み合わせの取り扱いについては、様々な手法が提案されているが<sup>7)8)9)10)</sup>など、基準期間中の最大値は1つの荷重(主の荷重)の最大値とその他の荷重(従の荷重)の任意時刻における値の和によって近似的に評価できるとするTurkstraの経験則を用いることで、時間変動しない荷重の組み合わせとして取り扱うことが可能となる。このとき、荷重・耐力係数は、標準正規変換・AFOSMや3次元モーメント法<sup>11)</sup>などによって評価することができる。標準正規変換・AFOSMによって荷重・耐力係数を評価するには、一般に確率解析を行なう必要があるが、荷重および耐力が対数正規分布に従い、互いに統計的に独立な場合には、荷重・耐力係数は次式で評価される<sup>12)</sup>。

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{1+V_R^2}} \exp(-\alpha_R \cdot \beta_T \cdot \sigma_{\ln R}) \frac{\mu_R}{R_n} \quad (2)$$

$$\gamma_i = \frac{1}{\sqrt{1+V_{S_i}^2}} \exp(\alpha_{S_i} \cdot \beta_T \cdot \sigma_{\ln S_i}) \frac{\mu_{S_i}}{S_{n_i}} \quad (3)$$

ここで、 $\beta_T$ は目標信頼性指標、 $\mu_X$ 、 $\sigma_{\ln X}$ および $V_X$ は、それぞれ $X$ の平均値、対数標準偏差および変動係数である。また、 $\alpha_X$ は各基本変数の相対的な重みを示す分離係数であり、次式で表される。

$$\alpha_R = \frac{\sigma_{\ln R} \cdot \phi \cdot \mu_R}{\sqrt{(\sigma_{\ln R} \cdot \phi \cdot \mu_R)^2 + \sum (\sigma_{\ln S_i} \cdot \gamma_i \cdot \mu_{S_i})^2}} \quad (4)$$

$$\alpha_{S_i} = \frac{\sigma_{\ln S_i} \cdot \gamma_i \cdot \mu_{S_i}}{\sqrt{(\sigma_{\ln R} \cdot \phi \cdot \mu_R)^2 + \sum (\sigma_{\ln S_i} \cdot \gamma_i \cdot \mu_{S_i})^2}} \quad (5)$$

(4)式、(5)式には、未知量である $\phi$ 、 $\gamma_i$ 、 $\mu_R$ が含まれているが、単一の荷重が作用する場合には次式による解析の評価が可能である。

$$\alpha_R = \frac{\sigma_{\ln R}}{\sigma_{\ln M}}, \quad \alpha_{S_i} = \frac{\sigma_{\ln S_i}}{\sigma_{\ln M}} \quad (6)$$

ここに、 $\sigma_{\ln M} = \sqrt{(\sigma_{\ln R})^2 + \sum (\sigma_{\ln S_i})^2}$ である。

複数の荷重が作用する場合は、(4)、(5)式の評価には繰り返し計算が必要となり、煩雑である。標準正規変換・AFOSMを用いて得られた分離係数の平均的な値を用いる方法も考えられるが<sup>13)14)</sup>、分離係数は荷重や耐力の統計量や確率分布型に依存し汎用性に乏しい。指針案では下記の考え方に基づく略算式を示している<sup>15)</sup>。

## 2.2 分離係数の略算式

耐力 $R$ および荷重効果 $S_1, \dots, S_n$ がすべて正規変数ならば、分離係数は次式で表される<sup>16)</sup>。

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sigma_M}, \quad \alpha_{S_i} = \frac{\sigma_{S_i}}{\sigma_M} \quad (7)$$

ここに、 $\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_{S_1}^2 + \dots + \sigma_{S_n}^2}$ である。

組み合わせ荷重を受ける場合には、耐力 $R$ と全荷重の和 $Q$ をそれぞれ対数正規変数とみなして(6)式より $R$ と $Q$ の分離係数を算定し、さらに、各荷重 $S_i$ の分離係数 $\alpha_{S_i}$ の評価には(7)式の $\sigma_M$ を $\sigma_Q$ に置き換えて算定する。具体的な手順は以下のとおりである。

1. 荷重の和 $Q$ の統計量を、各荷重 $S_i$ の統計量より求める。

$$\mu_Q = \sum_i \mu_{S_i}, \quad \sigma_Q = \sqrt{\sum_i \sigma_{S_i}^2}, \quad V_Q = \frac{\sigma_Q}{\mu_Q} \quad (8)$$

2.  $\ln R$ と $\ln Q$ の標準偏差および $\sigma_{\ln M}$ を求める。

$$\sigma_{\ln R} = \sqrt{\ln(1+V_R^2)} \simeq V_R \quad (9)$$

$$\sigma_{\ln Q} = \sqrt{\ln(1+V_Q^2)} \simeq V_Q \quad (10)$$

$$\sigma_{\ln M} = \sqrt{\sigma_{\ln R}^2 + \sigma_{\ln Q}^2} \simeq \sqrt{V_R^2 + V_Q^2} \quad (11)$$

3. (6)式より $R$ と $Q$ の分離係数 $\alpha_R$ 、 $\alpha_Q$ を求める。

4. (7)式より各荷重の分離係数 $\alpha_{S_i}$ を求め、 $\sum \alpha_{S_i}^2 = \sqrt{1-\alpha_R^2}$ となるように基準化する。

$$\alpha_{S_i} = \frac{\sigma_{S_i}}{\sigma_Q} \cdot \sqrt{1-\alpha_R^2} \quad (12)$$

(8)~(11)式を(6)式および(12)式に代入することにより、 $\alpha_R$ 、 $\alpha_{S_i}$ は、次の一般式により算出される。

$$\alpha_R = \frac{\bar{\sigma}_R}{\sqrt{\bar{\sigma}_R^2 + \sum \sigma_{S_i}^2}} \cdot u \quad (13)$$

$$\alpha_{S_i} = \frac{\sigma_{S_i}}{\sqrt{\bar{\sigma}_R^2 + \sum \sigma_{S_i}^2}} \cdot u \quad (14)$$

ここに、 $\bar{\sigma}_R = V_R \cdot \sum \mu_{S_i}$ 、 $u$ は略算法の近似精度を考慮した安全係数であり、標準的に1.05を用いることを推奨している。

なお、(13)式および(14)式は、指針案では取り扱いの容易さから、標準偏差ではなく変動係数を用いた表現となっている。

## 2.3 荷重が非対数正規変数の場合

耐力は多くの場合に対数正規変数としてモデル化されるが、地震荷重や風荷重など時間変動する荷重は、一般にある期間における最大値の統計量として取り扱われるため、いわゆる極値分布に従う場合が多い。荷重・耐力係数は、荷重の確率分布に大きく依存するので<sup>14)17)</sup>、荷重 $S_i$ が非対数正規変数である場合に(2)、(3)、(13)、(14)式より荷重・耐力係数を算定するためには、 $S_i$ を何らかの方法で適切に対数正規変数 $\tilde{S}_i$ に近似する必要がある。指針案では、 $\tilde{S}_i$ の統計量である規準化対数平均値( $\tilde{S}_i/\mu_{S_i}$ の対数平均値) $\bar{\mu}_{\ln S_i}^*$ 、対数標準偏差 $\bar{\sigma}_{\ln S_i}$ 、および変動係数 $\tilde{V}_{S_i}$ を下記の条件を満たすように設定している。

$$F_{S_i}(s_{50}) = G_{S_i}(s_{50}) \quad (15)$$

$$F_{S_i}(s_{99}) = G_{S_i}(s_{99}) \quad (16)$$

ここに、 $F_{S_i}(s)$ 、 $G_{S_i}(s)$ は対数正規近似前後の荷重 $S_i$ の確率分布関数、 $s_{50}$ 、 $s_{99}$ は、それぞれ $F_{S_i}(s) = 0.5$ 、 $F_{S_i}(s) = 0.99$  ( $S_i$ がフレシエ分布に従い、かつ、 $\beta_T \geq 2.5$ の場合は0.999)となるときの $s$ の値である。設計において(15)、(16)式の内線形連立方程式を解くことは実用的ではないので、指針案では下記の回帰式を示している。

$$\bar{\mu}_{\ln S_i}^* = e_0 + e_1 \cdot V_{S_i} + e_2 \cdot V_{S_i}^2 + e_3 \cdot V_{S_i}^3 \quad (17)$$

$$\bar{\sigma}_{\ln S_i} = s_0 + s_1 \cdot V_{S_i} + s_2 \cdot V_{S_i}^2 + s_3 \cdot V_{S_i}^3 \quad (18)$$

$$\tilde{V}_{S_i} = \sqrt{\exp(\bar{\sigma}_{\ln S_i}^2) - 1} \quad (19)$$

ここに、 $V_{S_i}$ は当該荷重の年最大値の対数正規近似する前の変動係数であり、係数 $e_j$ 、 $s_j$ は、当該荷重の年最大値の元の分布形に応じて表1の値を用いる。使用限界状態、終局限界状態に対する基準期間 $t_L$ をそれぞれ1年、50年と設定し、従の荷重および使用限界状態における主の荷重については年最大値を、終局限界状態における主の荷重については50年最大値を対数正規近似する。なお、(3)式中の $\mu_S/S_n$ は、年最大値については対数正規近似する前の値を、50年最大値については、年最大値についての比から次式で近似評価する。

表1: (17)式, (18)式の係数

	年最大値の 確率分布	(17)式の係数				(18)式の係数				
		e <sub>0</sub>	e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>	e <sub>3</sub>	s <sub>0</sub>	s <sub>1</sub>	s <sub>2</sub>	s <sub>3</sub>	
年最大値を 対数正規変数に 近似する場合	正規分布	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.85	-0.49	0.14	
	グンベル分布	0.00	-0.16	-0.01	0.00	0.02	1.13	-0.67	0.20	
	フレシェ 分布	$\beta_T \leq 2.5$	0.00	-0.28	-0.05	0.07	0.00	1.44	-0.98	0.26
		$\beta_T > 2.5$	0.00	-0.28	-0.05	0.07	0.00	1.68	-1.14	0.30
50年最大値を 対数正規変数に 近似する場合	正規分布	0.02	1.89	-1.05	0.30	0.02	0.34	-0.32	0.11	
	対数正規分布	-0.01	2.34	-1.07	0.16	0.00	0.61	-0.13	0.00	
	グンベル分布	0.04	2.32	-1.43	0.43	0.05	0.59	-0.60	0.22	
	フレシェ 分布	$\beta_T \leq 2.5$	0.01	2.82	-2.15	0.62	0.00	1.44	-0.98	0.26
		$\beta_T > 2.5$	0.01	2.82	-2.15	0.62	0.00	1.68	-1.14	0.30

表2: 確率モデル (荷重は年最大値, 単一の荷重が作用する場合)

確率変数	平均値	変動係数
S	5.0	0.1~1.0
R	$\beta_T=1.0, 2.0, 3.0$	0.2

$$\frac{\mu_{S50}}{S_n} = \exp \left\{ \bar{\mu}_{\ln S_{50}}^* + \frac{1}{2}(\bar{\sigma}_{\ln S_{50}})^2 \right\} \cdot \frac{\mu_S}{S_n} \quad (20)$$

ここに,  $\bar{\mu}_{\ln S_{50}}^*$  および  $\bar{\sigma}_{\ln S_{50}}$  は, それぞれ(17)式, (18)式から評価される50年最大値の規準化対数平均値および対数標準偏差である。

3 略算法の精度

上記の略算法では, 荷重・耐力係数を算定する際には, (1) 荷重の確率分布関数を「等価」な対数正規変数に近似, (2) 分離係数算定の際に対数正規変数の和を対数正規変数に近似, (3) 荷重の時刻歴変動をTurkstra則より評価, といった近似的な取り扱いを行っており, これらの精度は各基本変数の統計的性質に大きく依存する。条件によっては達成される信頼性水準と目標信頼性水準は大きく異なる可能性があり, 略算法の実用化にはその誤差の把握が必要である。Turkstra則の精度については, 既に多くの検討がなされており<sup>10)18)</sup>など, 主の荷重の支配性が十分強い場合には実用上は十分な精度を有することが示されている。したがって, ここでは, 上記(1), (2)についてその適用範囲を検討する。なお, 以下では, 耐力および従の荷重は対数正規変数であると仮定し, また, 特に断りが無い限り, (13)式, (14)式において  $u=1.0$  としている。

3.1 対数正規近似

荷重が単独で作用し, かつ, 対数正規分布に従う場合に, 略算法による荷重・耐力係数を用いて設計した場合に達成される信頼性水準 $\beta$ は, 目標信頼性指標 $\beta_T$ に一致する。したがって, 荷重が非対数正規変数の場合の $\beta$ と $\beta_T$ との差異は, 対数正規近似による誤差と云える。図1に基準期間 $t_L$ を1年あるいは50年とし, 表2に示す確率モデルを用いて, 略算法による荷重・耐力係数を用いて達成される信頼性水準 $\beta$ と荷重の年最大値の変動係数との関係を示す。なお, 以下では,  $\beta$ は離散高速フーリエ変換による確率解析法<sup>19)</sup>によって精度良く算定している。

図1では, 略算法によって達成される信頼性は, 荷重の確率分布および目標信頼性水準に大きく依存している。荷重の年最大値がグンベル分布に従う場合,  $t_L=1$ 年では,  $\beta_T \leq 2.0$ かつ $V_S \geq 0.3$ 程度ときには危険側の設計となり,  $V_S$ の増加と共に誤差も増加する。一方,  $t_L=50$ 年では, 50年最大値の確率分布もグンベル分布となるが, 年最

大値の変動係数が1.0のときでも, 対応する50年最大値の変動係数は0.24程度と小さく, 目標信頼性水準はおおむね満足される。

荷重の年最大値がフレシェ分布に従う場合は, 基準期間がいずれの場合も $\beta_T=1.0$ の場合にはやや安全側設計となっているおり,  $\beta_T$ が大きくなるにしたがって達成される信頼性指標 $\beta$ は減少傾向にある。対数正規分布に従う場合は,  $t_L=50$ 年ではフレシェ分布と同様に $\beta_T$ が大きくなるにしたがって $\beta$ は減少し,  $\beta_T=3.0$ では,  $V_S \geq 0.4$ となると危険側の設計となる。正規分布に従う場合,  $t_L=1$ 年では,  $\beta_T \leq 2.0$ としたときはいずれの場合も目標信頼性は達成されず, 特に, 変動係数 $V_S$ が大きいつきは危険側に大きく偏った評価となっている。

なお, 図には示していないが, 耐力の変動係数 $V_R$ が大きくなると, 精度は若干向上する。これは,  $V_R$ が大きくなると耐力の支配性が高まり,  $R/S$ が対数正規変数により近くなるためと考えられる。

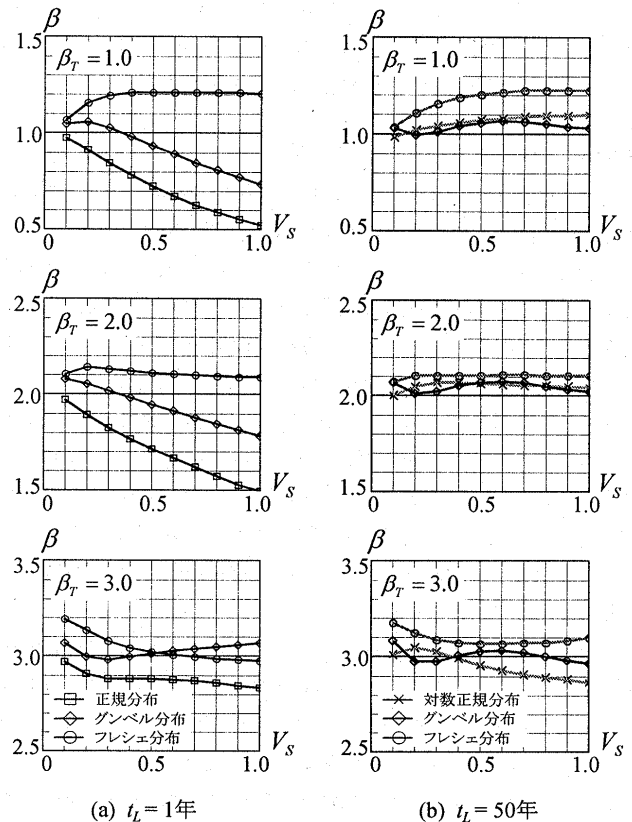


図1: 単一の荷重が作用する場合の信頼性水準 (S~非対数正規)

表3: 確率モデル (2つの荷重が作用する場合)

	確率変数	平均値	変動係数
Case1	$S_2$	5.0	0.1~1.0
Case2	$S_2$	10	0.1~1.0
Case3	$S_2$	25	0.1~1.0
共通	$S_1$	5.0	0.1, 0.4
	$R$	$\beta_T = 1.0, 2.0, 3.0$	0.2

表4: 確率モデル (4つの荷重が作用する場合)

	確率変数	平均値	変動係数
CaseA	$S_2$	1.5	0.4
	$S_3$	1.5	0.4
	$S_4$	5.0	0.1~1.0
CaseB	$S_2$	5.0	0.4
	$S_3$	5.0	0.4
	$S_4$	5.0	0.1~1.0
CaseC	$S_2$	5.0	0.4
	$S_3$	5.0	0.4
	$S_4$	25	0.1~1.0
CaseD	$S_2$	5.0	0.4
	$S_3$	5.0	1.0
	$S_4$	25	0.1~1.0
共通	$S_1$	5.0	0.1
	$R$	$\beta_T = 1.0, 2.0, 3.0$	0.1, 0.2, 0.4

3.2 荷重の組み合わせ

複数の荷重が作用する場合は、基本変数がすべて対数正規変数の場合でも(13)式、(14)式は近似式となる。以下では、この近似精度を検討するため、2つの荷重が作用する場合、および、4つの荷重が作用する場合を例に、略算法の精度と適用性について検討する。

基本変数がすべて対数正規変数である場合

2つの荷重および耐力がすべて対数正規分布に従う場合の、略算法による荷重・耐力係数を用いて達成される信頼性水準を、図2に示す。ここでは、表3に示す確率モデルを想定している。主の荷重 $S_2$ の平均値が従の荷重 $S_1$ の平均値と等しく支配性が相対的に低いCase 1では危険側の評価となっている。固定荷重の変動係数を想定した $V_{S1}=0.1$ の場合は、いずれの場合も絶対的な誤差は小さく目標信頼性水準はほぼ満足されているが、 $V_{S1}=0.4$ の場合は主の荷重の支配性が小さな場合は、略算法は若干危険側の評価となり、 $\beta_T$ が大きいほどその誤差は大きくなる。なお、図には示していないが、これらの傾向は、耐力の変動係数 $V_R$ の大きさにほとんど影響されず、2つの荷重が作用する場合には、荷重および耐力がすべて対数正規分布に従うならば実用上十分な精度を有していると言える。

つぎに、対数正規分布に従う4つの荷重による組み合わせ荷重 $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ が作用する場合について、略算法によって達成される信頼性水準を、表4に示す解析モデルを用い、 $V_R = 0.2$ 、安全係数 $u = 1.0$  および  $1.05$  とした場合について、図3に示す。

Case A および Case C は、主の荷重 $S_4$ の平均値が大きく支配性が相対的に大きな場合、Case B は、すべての荷重の平均値が等しい場合である。Case D は Case C に対し $S_3$ の変動係数を1.0として、 $S_4$ の支配性を相対的に小さくしたものである。

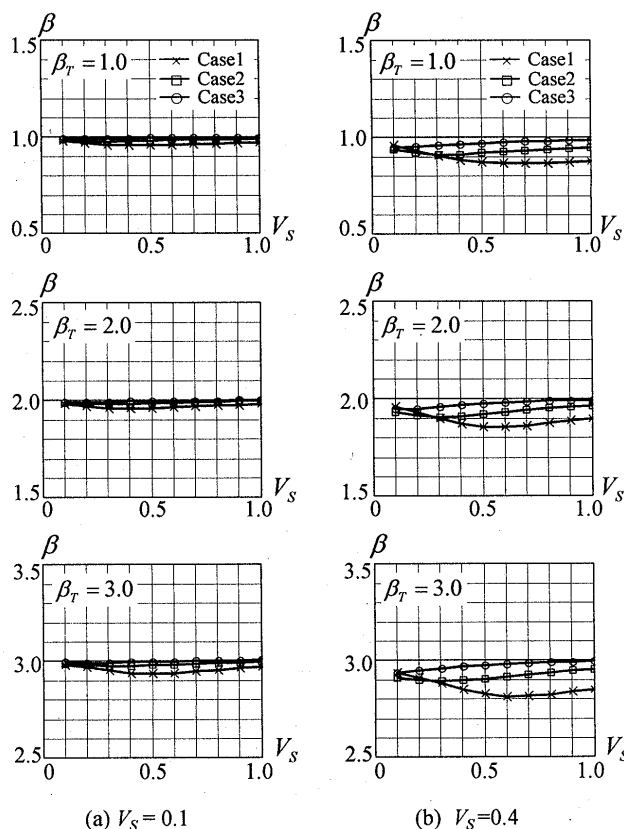


図2: 2つの荷重が作用する場合の信頼性水準 (S~対数正規)

一般に、主の荷重の平均値もしくは変動係数が従の荷重に比して大きい場合に、主の荷重の支配性が高いとみなされる。図の横軸 $r_\sigma$ は、主の荷重 $S_4$ の標準偏差と従の荷重の和の標準偏差との比をあらわし、主の荷重の「支配性」を示す1つの指標と云える。

$$r_\sigma = \frac{\sigma_{S_4}}{\sqrt{\sigma_{S_1}^2 + \sigma_{S_2}^2 + \sigma_{S_3}^2}} \quad (21)$$

Case B を除き 主の荷重が支配的な $r_\sigma \geq 3$ 程度では、いずれの場合も同様の性状を示している。 $u = 1.0$  の場合は、いずれの場合も若干危険側の評価となっているが、 $u = 1.05$ の安全係数を適用することにより、おおむね目標信頼性水準を達成している。Case B においても、 $\beta_T \geq 2.0$  程度では他のCaseと同様の性状を示しているが、 $\beta_T = 1.0$  の場合には $r_\sigma$ の増加と共に精度が低下する。

図4は $V_R=0.1, 0.4, u = 1.05$ の場合を示しているが、 $V_R = 0.2$ の場合とはほぼ同様の性状を示しており、 $r_\sigma \geq 4$ 程度で、 $u = 1.05$ の安全係数を乗ずることにより、目標信頼性水準をおおむね達成している。

基本変数が非対数正規変数である場合

2つの荷重が作用し、 $S_2$ がグンベル分布あるいはフレシェ分布に従う場合に達成される信頼性指標 $\beta$ を図5に示す。ここでは、図2(a)に示す解析例と同じ統計量を用いている。 $\beta$ は、荷重の確率分布および目標信頼性水準に大きく依存し、図1に示した、対数正規近似による誤差と同様の傾向があり、精度良い対数正規近似の必要性を示している。

4 対数正規近似の改善

前節では、略算法の精度向上のためには、対数正規近似の精度が重要であることを示した。対数正規近似の精度については、以下のよう

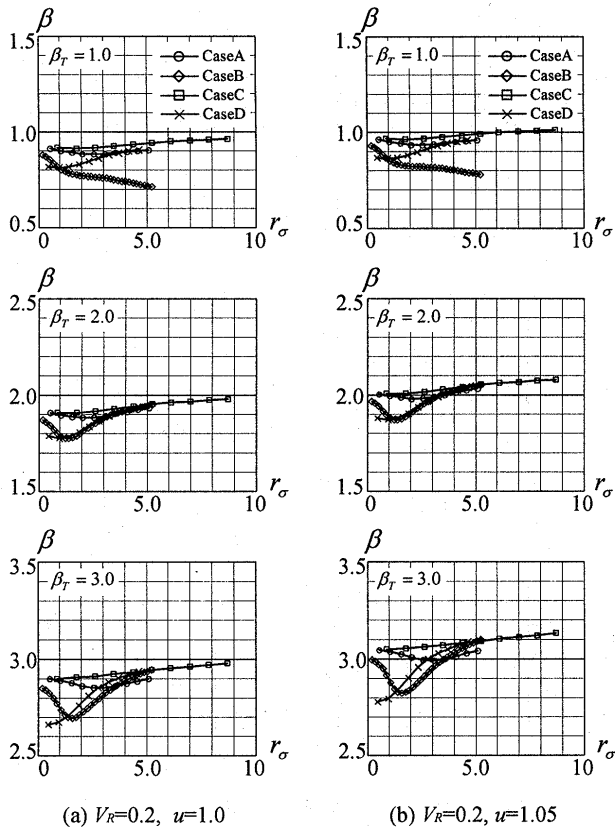


図3: 4つの荷重が作用する場合の信頼性水準 ( $V_R = 0.2$ )

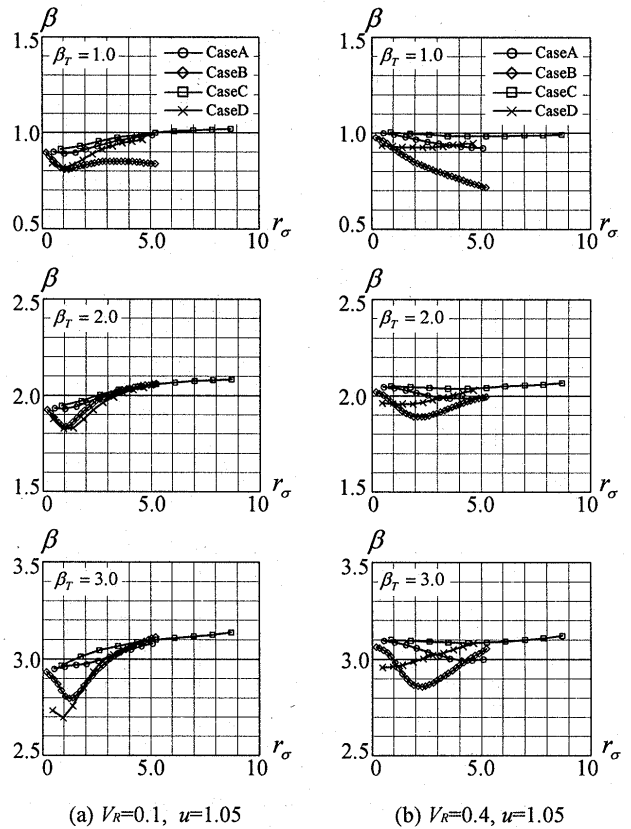


図4: 4つの荷重が作用する場合の信頼性水準 ( $V_R = 0.1, 0.4$ )

に考えることができる。

単一の荷重が作用するときの限界状態超過確率  $Pf$  は次式で表される。

$$Pf = \int_0^{\infty} \{1 - F_S(r)\} f_R(r) dr \quad (22)$$

ここに、 $F_S(s)$  は荷重  $S$  の確率分布関数、 $f_R(r)$  は耐力  $R$  の確率密度関数である。対数正規近似とは、(22) 式中の  $F_S(s)$  を対数正規分布関数に置き換えることであり、このとき、 $Pf$  の評価精度は、 $\{1 - F_S(x)\}$  と  $f_R(x)$  の積が相対的に大きな値となる領域において如何に精度よく対数正規近似できるかに依存する。耐力の変動係数を一定とした場合は、 $f_R(r)$  の形状はほぼ一定であり、限界状態超過確率に対応する耐力の平均値の変化によって、その位置だけが  $r$  軸上を移動する。すなわち、略算法では、(15) 式、(16) 式の条件を用いていたが、精度良い対数正規近似を行なうためには、目標信頼性水準を考慮する必要がある。

なお、指針案に示される略算法で、フレシェ分布を対数正規近似する場合に、(16) 式中の  $s_{99}$  を  $\beta_T \leq 2.5$  では  $F_{S_i}(s) = 0.99$ 、 $\beta_T > 2.5$  では  $F_{S_i}(s) = 0.999$  としているが、これは、一律に 0.99 とすると上記の理由から精度が著しく劣る場合があることを回避するためである。しかし、 $\beta_T = 2.5$  の前後で達成される信頼性水準が急激に変化するという不都合が生じている。

#### 4.1 目標信頼性水準を考慮した対数正規近似

目標信頼性水準を考慮する際には、荷重の組み合わせを考えたのちに対数正規近似する方法も考えられるが、確率分布の違いを考慮すると、可能な組み合わせの数が多く、解析も煩雑になるため、ここでは、

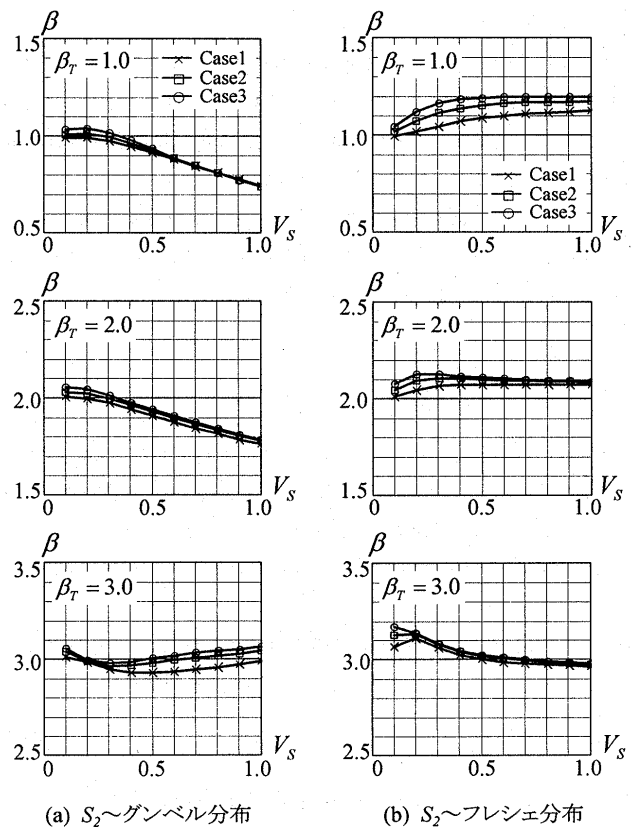
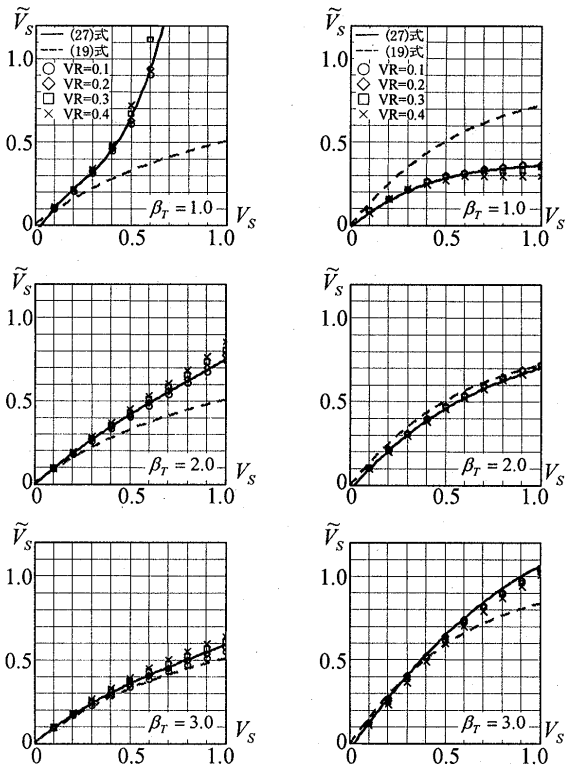
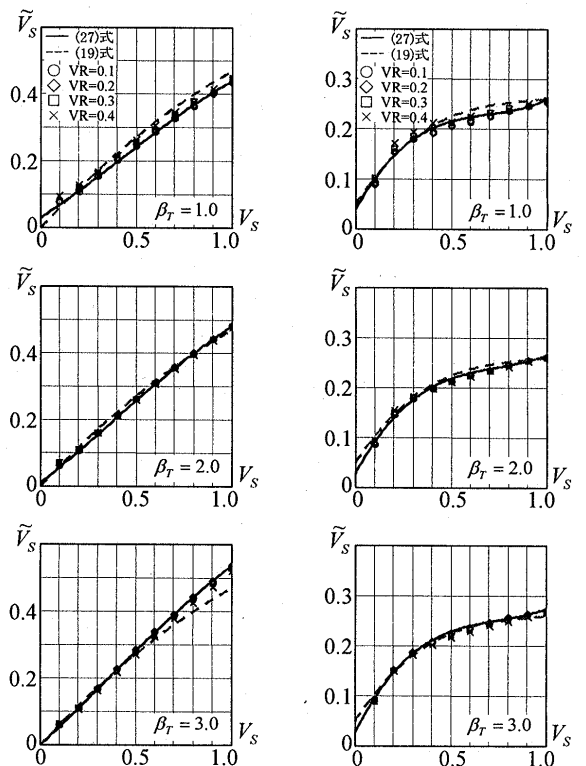


図5: 2つの荷重が作用する場合の信頼性 ( $S_2 \sim$ 非対数正規)



(a) S~正規分布,  $t_L=1$ 年 (b) S~フレシェ分布,  $t_L=1$ 年

図6: 目標信頼性水準を考慮して評価した $\tilde{V}_S$  ( $t_L=1$ 年)



(a) S~対数正規分布,  $t_L=50$ 年 (b) S~グンベル分布,  $t_L=50$ 年

図7: 目標信頼性水準を考慮して評価した $\tilde{V}_S$  ( $t_L=50$ 年)

実用性に重点を置き、対数正規近似される荷重が単一に加わる場合について条件を設定する。

対数正規近似の際には、対数正規分布関数の2つのパラメータ（対数平均値および変動係数）を決定するために2つの条件が必要となる。ここでは、単一の荷重が作用する際に達成される信頼性水準が目標信頼性水準に一致すること、および、元の確率変数の特性のなかで最も重要なものの1つである中央値が一致することを考える。後者には、荷重の組み合わせ時において、確率特性が大きく変化することを避ける意味もある。以上の条件は、次式で表される。

$$\beta = \beta_T \tag{23}$$

$$F_S(s_{50}) = G_S(s_{50}) \tag{24}$$

ここに、 $s_{50}$ は、 $F_S(s) = 0.5$ となる時の $s$ の値である。(24)式については指針案の略算法における条件と同様であるので、(17)式および表1より対数正規近似後の規準化対数平均値 $\mu_{\ln S}^*$ が得られる。

対数正規近似後の変動係数 $\tilde{V}_S$ は、(23)式の条件より以下のように評価することができる。

単一の荷重が作用する場合に目標信頼性指標 $\beta_T$ を満足する耐力の平均値 $\mu_R$ は、次式を $\mu_R$ について解くことにより得られる。

$$\beta_T = -\Phi^{-1}(Pf) \tag{25}$$

ここに、 $Pf$ は(22)式より表される限界状態超過確率である。

一方、設計条件式は次式で表される。

$$\phi \cdot \mu_R = \gamma \cdot \mu_S \tag{26}$$

(2)式、(3)式、(6)式および(25)式より得られる $\mu_R$ を(26)式に代入し、さらに次式の関係を用いることにより、対数正規近似後の変動係数を評価する。

$$\tilde{\sigma}_{\ln S} = \sqrt{\ln(\tilde{V}_S^2 + 1)} \tag{27}$$

以上のようにして得られる $\tilde{V}_S$ の値を、 $\beta_T = 1.0, 2.0, 3.0$ 、 $V_R = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ の場合について、図6 ( $t_L=1$ 年)および図7 ( $t_L=50$ 年)にプロットで示す。 $\tilde{V}_S$ の値は、荷重 $S$ の確率分布だけでなく目標信頼性水準にも大きく依存しているが、一部の場合を除いて耐力の変動係数の影響は小さい。なお、図中の破線は、指針案に示される略算法によって評価される $\tilde{V}_S$ であり、特に $t_L=1$ 年の場合に大きな誤差が生じている。 $t_L=50$ 年の場合には、年最大値が対数正規分布やグンベル分布に従う場合は50年最大値の変動係数が小さくなり、誤差も小さくなる一方、図には示していないが、フレシェ分布については変動係数が変わらず大きな誤差のままとなる。

目標信頼性水準を考慮した対数正規近似の精度を検討するため、表3に示す確率モデルを想定し、目標信頼性水準を考慮した $\tilde{V}_S$ を用いて達成される信頼性水準を図8に示す。図5と比べて、達成される信頼性水準は大きく改善され、すべての基本変数が対数正規変数の場合(図2(a)参照)と同程度の精度となっている。

#### 4.2 変動係数の近似評価

対数正規近似の際に、目標信頼性水準を考慮することで近似精度は大きく向上することを示したが、 $\tilde{V}_S$ を評価するには、(22)式の積分を実行した後、(25)式の変形方程式を解く必要があり、煩雑で実用性

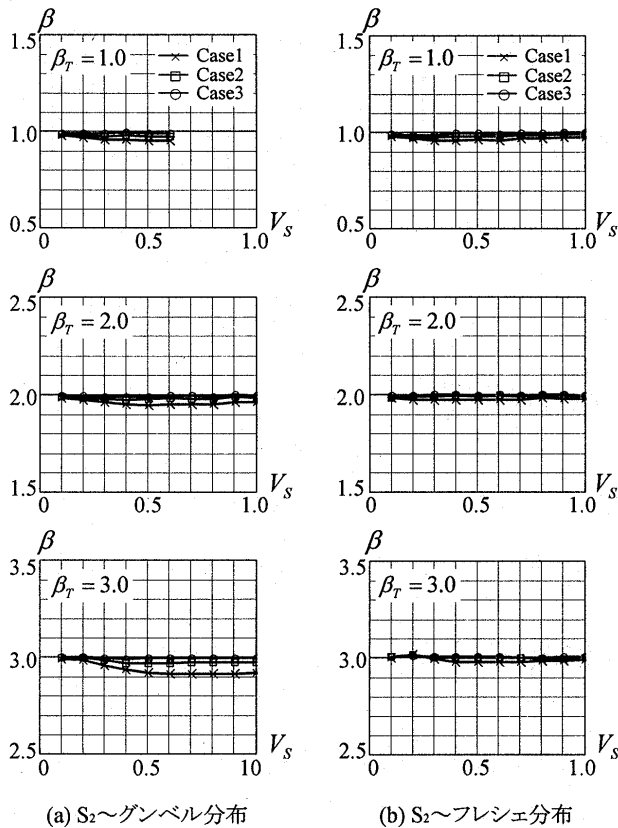


図8: (23), (24)式より達成される信頼性水準 (2つの荷重が作用)

に乏しい。ここでは、指針案と同様に $\bar{V}_S$ を回帰式にて評価することを検討する。まず、指針案と同様に $\bar{V}_S$ を対数正規近似前の年最大値の変動係数 $V_S$ の3次関数として表す。

$$\bar{V}_S = v_0 + v_1 \cdot V_S + v_2 \cdot V_S^2 + v_3 \cdot V_S^3 \quad (28)$$

ここでは、さらに、(28)式中の各係数 $v_0, \dots, v_3$ を $1/\beta_T$ の3次関数として、(29)式により近似評価することを検討する。

$$v_i = b_{i0} + b_{i1} \cdot \frac{1}{\beta_T} + b_{i2} \cdot \frac{1}{\beta_T^2} + b_{i3} \cdot \frac{1}{\beta_T^3} \quad (29)$$

$\bar{V}_S$ は、耐力の変動係数 $V_R$ にも依存するが、図6および図7のプロットに示す通り、その影響は小さいので、 $V_R = 0.2$ として回帰分析を行った。回帰分析の結果得られた(29)式中の係数 $b_{i0}, \dots, b_{i3}$ の値を荷重の年最大値の確率分布および基準期間毎に表5に、回帰曲線を図6および図7に実線で示す。回帰曲線は、(23)式より評価された $\bar{V}_S$ と比較的精度よく一致している。なお、 $t_L=1$ 年、 $\beta_T \leq 1.5$ で荷重が正規分布あるいはグンベル分布にしたがう場合は、 $V_S > 0.6$ の範囲では(23)式の解が存在しないため、これらの場合については、表5に示す通り適用範囲を限定している。

単一の荷重が作用する場合に、(17), (28), (29)式を用いて対数正規近似を行なうことにより達成される信頼性水準 $\beta$ を、図1に示す解析例と同じ確率モデルを用いて図9に示す。目標信頼性水準との誤差は主に(28)式および(29)式による近似の誤差である。 $\beta$ は目標をほぼ満足しており、指針案の略算法(図1)に比べ、 $V_S$ の違いによって $\beta$ が極端に過大もしくは過小に評価されることがなく、 $t_L=1$ 年の場合に特

表5: (29)式の係数

		$b_{i0}$	$b_{i1}$	$b_{i2}$	$b_{i3}$	
年最大値を近似	正規分布*)	$v_0$	0.03	-0.12	0.22	-0.19
		$v_1$	0.54	2.39	-4.89	3.94
		$v_2$	0.06	-7.09	21.67	-18.84
		$v_3$	-1.23	12.34	-33.21	28.25
	グンベル分布*)	$v_0$	0.01	0.01	-0.14	0.11
		$v_1$	2.03	-4.16	6.61	-3.25
		$v_2$	-3.81	15.82	-24.06	10.63
		$v_3$	2.22	-10.79	17.06	-6.07
	フレッシュ分布	$v_0$	0.05	-0.54	1.09	-0.61
		$v_1$	2.22	-1.51	-1.53	1.77
		$v_2$	3.87	-24.33	40.62	-21.03
		$v_3$	-2.98	16.33	-26.88	13.82
50年最大値を近似	正規分布	$v_0$	-0.01	0.13	-0.23	0.13
		$v_1$	0.52	-0.83	1.65	-0.92
		$v_2$	-0.61	1.24	-2.75	1.56
		$v_3$	0.26	-0.57	1.38	-0.8
	対数正規分布	$v_0$	-0.04	0.17	-0.18	0.08
		$v_1$	0.90	-1.74	2.21	-1.00
		$v_2$	-0.12	0	0.03	0.02
		$v_3$	-0.16	0.26	-0.46	0.23
	グンベル分布	$v_0$	0.05	-0.14	0.26	-0.13
		$v_1$	0.97	-0.84	0.80	-0.22
		$v_2$	-1.27	1.44	-1.55	0.43
		$v_3$	0.56	-0.61	0.64	-0.13
フレッシュ分布	$v_0$	-0.10	0.35	-0.42	0.20	
	$v_1$	3.78	-10.57	14.59	-6.80	
	$v_2$	-0.81	1.02	-2.58	1.83	
	$v_3$	-0.18	0.77	0.08	-0.57	

適用範囲:  $1.0 \leq \beta_T \leq 3.0$ ,  $0.1 \leq V_S \leq 1.0$ ,  $0.1 \leq V_R \leq 0.4$   
 (但し, \*)については、 $\beta_T < 1.5$ の場合は、 $V_S \leq 0.6$

に顕著であった、荷重が正規分布に従う場合の危険側評価やフレッシュ分布に従う荷重を過大に評価することは大きく改善されている。

図10には、4つの荷重が作用する場合について、主の荷重がグンベル分布あるいはフレッシュ分布に従うとき、提案手法( $u = 1.05$ )により達成される信頼性水準を表5の適用範囲で示しており、図3(b)に示したすべての基本変数が対数正規変数の場合と同等の信頼性水準を達成している。なお、図には示していないが、2つの荷重が作用する場合についても図8と同等の精度が得られることを確認している。

### 5 まとめ

本研究では、日本建築学会限界状態設計法小委員会による建築物の限界状態設計指針(案)に示されている荷重・耐力係数の略算法について、その精度と適用性の検討を行った。この略算法による荷重・耐力係数を用いて設計したときに達成される信頼性水準は、目標信頼性水準や荷重の変動係数に大きく依存する一方、耐力の変動係数の影響は少なく、基準期間 $t_L$ を50年とする終局限界状態に対しては安全側過ぎる場合もあるが、目標信頼性水準をおおむね満足している。しかし、主の荷重の基準期間における最大値の平均値と従の荷重の平均値が同程度で従の荷重の変動係数が0.4程度以上の場合や、主の荷重の基準期間における最大値の標準偏差と従の荷重の和の標準偏差の比が4程度以下といった主の荷重の支配性が弱い場合や、 $t_L=1$ 年とする使用限界状態に対しては、主の荷重がグンベル分布に従い $\beta_T \leq 2$ で $V_S \geq 0.6$ 程度、あるいは主の荷重が正規分布に従い $\beta_T \leq 2$ で $V_S \geq 0.2$ 程度の場合には危険側に大きく外れた評価となる。

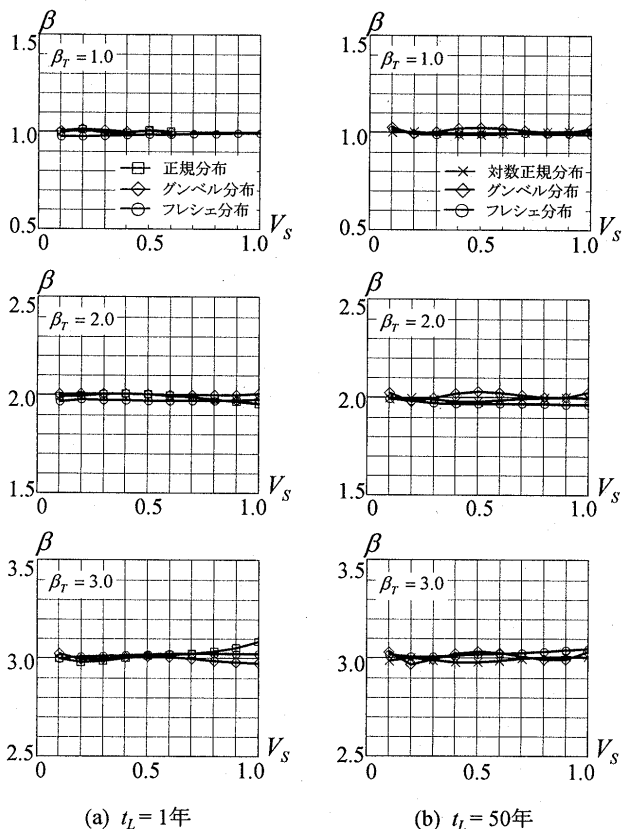


図9: (28), (29)式より達成される信頼性水準 (単一荷重が作用)

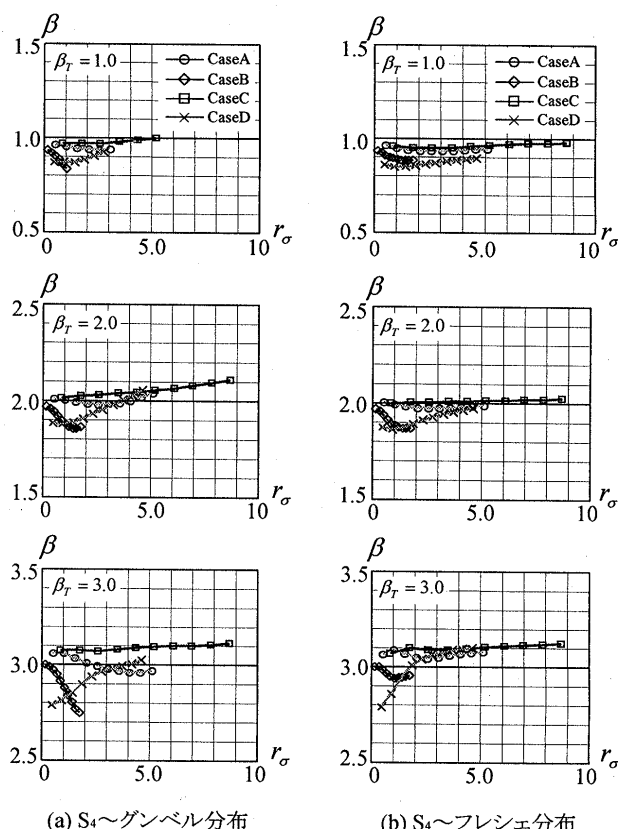


図10: (28), (29)式より達成される信頼性水準 (4つの荷重が作用)

略算法の精度は、非対数正規変数を対数正規近似する際の条件に大きく依存するため、ここでは、目標信頼性水準を考慮した対数正規近似を提案し、さらに、煩雑な確率計算と非線形方程式を解くことを避けるために、指針案と同様な対数正規近似後の対数平均値および変動係数の回帰式を提示した。ここで提案する略算法によれば、目標信頼性水準や荷重の確率特性に依存することなく、すべての基本変数が対数正規変数の場合と同等の信頼性水準を満足できることを示した。

なお、主の荷重の支配性が弱い場合は、ここで提案する略算法の精度も不十分である。この点については、時間変動する荷重を簡便に確率変数として取り扱うために用いているTurkstra則も同様の問題を有しており、荷重の組み合わせ理論を含め、今後さらに検討の必要がある。

謝辞

本研究を実施するにあたり、日本建築学会 限界状態設計法小委員会設計の基本WGメンバーの東京大学 高田毅士助教授、名古屋工業大学 井戸田秀樹助教授には貴重な助言を頂きました。また、解析資料の整理には、名古屋大学大学院工学研究科修士卒・野中桃子氏、名古屋大学工学部卒・馬場勝弘氏、内田 篤氏、勝田 航氏に多大なご協力を頂きました。付して、感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Minimum design loads for buildings and other structures. ASCE 7-98, ASCE, Reston, VA, 1998.
- 2) General principles on reliability for structures. ISO 2394, ISO, Switzerland, 1998.
- 3) 日本建築学会：鋼構造限界状態設計規準(案)・同解説, 丸善, 1990

- 4) 日本建築学会限界状態設計法小委員会：建築物の限界状態設計指針(案)第2版, 2001.12
- 5) Melchers RE. Structural reliability; analysis and prediction - Second edition. West Sussex, UK: JohnWiley and Sons, 1999
- 6) Trukstra CJ, Theory of structural design decision, Study No.2. Solid Mechanics Division. Univ of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada. 1970
- 7) Wen YK. Statistical combination of extreme loads. J. Str. Div., ASCE Vol.103, No.5, pp.1079-1093, 1977.5
- 8) Larrabee RD, Cornell CA. Combination of various load processes. J. Str. Div, ASCE, Vol.107, ST1, pp.223-239, 1981
- 9) 河野 守, 坂本 順, 青木和雄：荷重の確率過程の組み合わせにおける超過確率の理論解とその応用に関する考察, 日本建築学会構造系論文集 第405号 pp.31-41, 1989.11
- 10) 森 保宏, 村井一子：荷重の時間変動を考慮した組み合わせ荷重効果の確率モデル, 日本建築学会構造系論文集 第525号 pp.33-39, 1999.11
- 11) 宇賀田健：確率分布の歪み度を考慮した信頼性解析手法 - 荷重係数および耐力係数の簡便な評価法 -, 日本建築学会構造系論文集 第529号 pp.43-50, 2000.3
- 12) 日本建築学会：建築物荷重指針・同解説, 1993
- 13) 田村勝紀, 樋口聖子, 神田 順：対数正規分布する確率変数を対象とした荷重耐力係数 その1. 多項式近似を用いる方法, 日本建築学会大会学術講演梗概集, Vol.B-1, pp.15-16, 1995
- 14) 森 保宏, 村井一子：限界状態設計に用いる荷重・耐力係数の略算法とその精度に関する考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, Vol.B-1, pp.3-4, 1999
- 15) 舟橋洋祐, 森 保宏：限界状態設計法における荷重・耐力係数の実用的算定法 - 分離係数の略算法, 日本建築学会大会学術講演梗概集, Vol.B-1, pp.15-16, 2000
- 16) 星野 勝, 石井 清：構造物の信頼性設計法, 鹿島出版界, 1986
- 17) 宇賀田健：確率分布の違いが荷重係数に与える影響, 日本建築学会大会学術講演梗概集, Vol.B-1, pp.1-2, 1999
- 18) Pearce HT, Wen YK. Stochastic combination of load effects. J. Str. Div., ASCE, Vol.110, No.7, pp.1613-1629, 1984.7
- 19) 坂本 順, 森 保宏, 関岡孝禧：離散高速フーリエ変換による確率解析法, 日本建築学会構造系論文集 第472号 pp.39-45, 1995.6

(2002年3月10日原稿受理, 2002年6月7日採用決定)